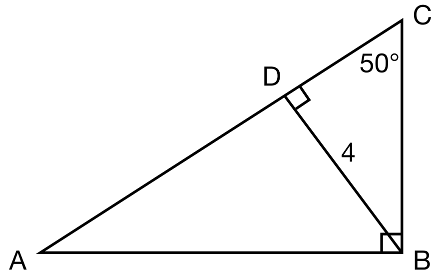
Uitwerkingen deelexamen 3
Wiskunde voor het hbo K0205
Meetkunde en verbanden

1. a) BC is de <u>schuine</u> zijde van de rechthoekige driehoek BCD.
De <u>overstaande</u> zijde (gezien vanuit hoek C) is 4.
Hoek C = 50°.
SOS - CAS - TOA; omdat we **<u>O</u>**verstaand weten
en **<u>S</u>**chuin gaan berekenen, gebruiken we de **<u>S</u>**inus.

$Sin = \dfrac{Overstaand}{Schuin}$, dus: $Schuin = \dfrac{Overstaand}{Sinus}$

$BC = \dfrac{4}{Sin 50^o} = 5{,}2$



b) AB is de <u>overstaande</u> zijde (gezien vanuit hoek C) van de rechthoekige driehoek ABC.
De <u>aanliggende</u> zijde (gezien vanuit hoek C) is 5,2.
Hoek C = 50°.
SOS - CAS - TOA; omdat we **<u>A</u>**anliggend weten
en **<u>O</u>**verstaand gaan berekenen, gebruiken we de **<u>T</u>**angens.

$Tan = \dfrac{Overstaand}{Aanliggend}$, dus: $Overstaand = tan \times Aanliggend$

$AB = Tan 50^o \times 5{,}2 = 6{,}2$

2. METHODE 1
Schets een assenstelsel en zet daarin de punten $(5,0)$ en $(0,10)$.
Schets de lijn $x = 3$, want de x-coördinaat van de top is 3, dus de top ligt op die lijn.
Probeer nu een parabool te schetsen met deze gegevens.

Als het goed is kom je dit te weten:
- het andere nulpunt moet $(1,0)$ zijn, want
  de lijn $x = 3$ ligt in het midden.
- het is een dalparabool

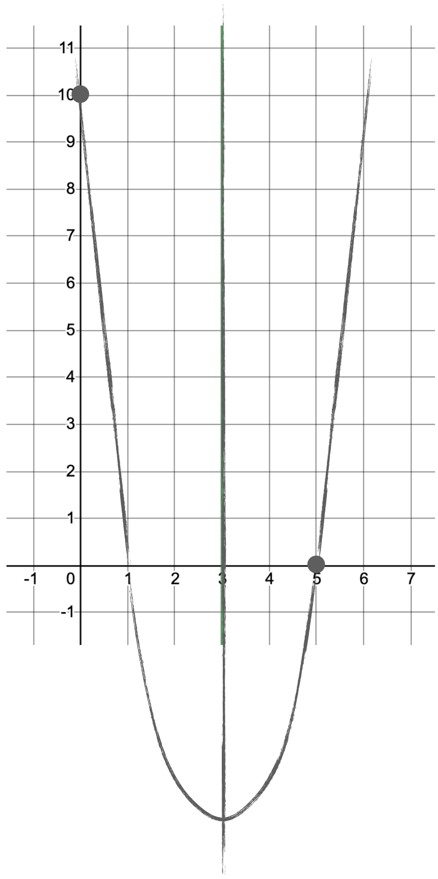
Met omgekeerd ontbinden in factoren kunnen we een parabool maken die door de nulpunten $(1,0)$ en $(5,0)$ gaat:

$(x-1)\left(x-5\right) = 0$

$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - 6x + 5$

Het laatste getal is 5 en dat moet 10 zijn, want de parabool gaat door $(0,10)$.
Daarom vermenigvuldigen we de hele formule met 2.

$\Leftrightarrow f(x) = 2x^2 - 12x + 10$



METHODE 2

Het algemene functievoorschrift van een parabool is: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$c = 10$, want de parabool gaat door $(0{,}10)$.

Nu gaan we a en b bepalen. Daarvoor vullen we het punt $(5{,}0)$ in:

$0 = a(5)^2 + b(5) + 10 \quad \Leftrightarrow 25a + 5b = -10$

We weten nóg een punt, namelijk $(1{,}0)$ want $x = 3$ is de symmetrie-as (zie METHODE 1).

$0 = a(1)^2 + b(1) + 10 \quad \Leftrightarrow a + b = -10 \quad \Leftrightarrow a = -b - 10$

We vullen $a = -b - 10$ in bij die andere vergelijking: $25a + 5b = -10$.

$25(-b - 10) + 5b = -10$

$\Leftrightarrow -25b - 250 + 5b = -10$

$\Leftrightarrow -20b = 240$

$\Leftrightarrow b = -12$

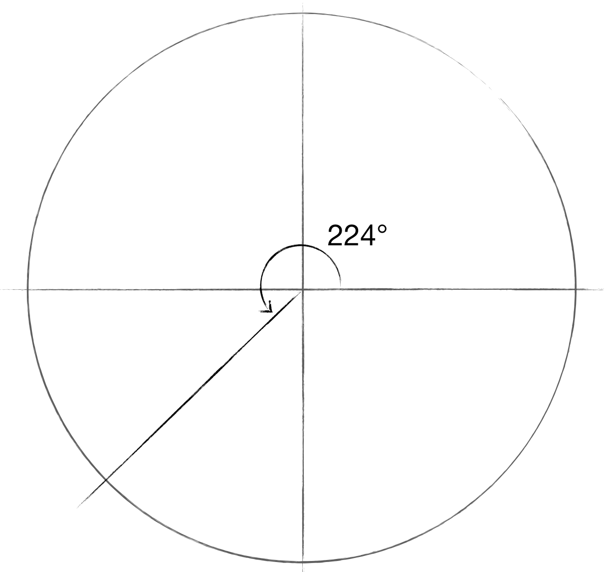
Nu kunnen we a ook berekenen:

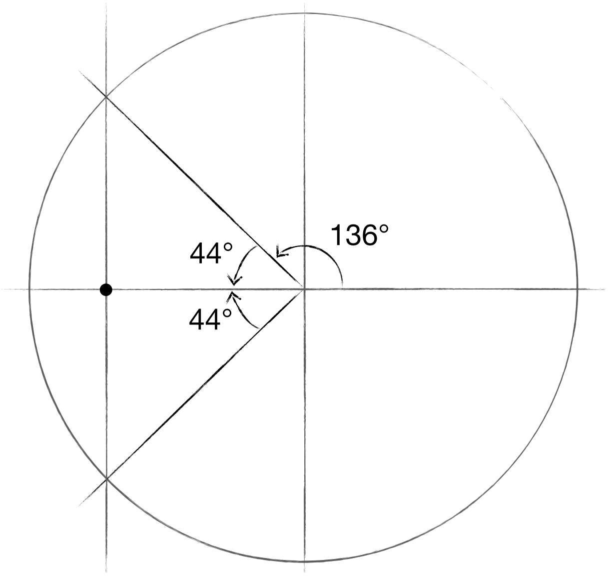
$a = -b - 10 = --12 - 10 = 12 - 10 = 2$

Het functievoorschrift wordt nu:

$f(x) = 2x^2 - 12x + 10$

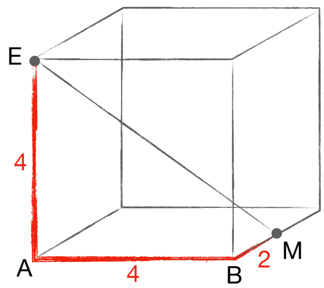
3. Schets de eenheidscirkel en markeer daarin 224°. Spiegel deze hoek in de x-as, want dat is de hoek met dezelfde waarde voor cosinus. Het verschil tussen 224° en 180° is 44°. Conclusie: cosinus 224° = cosinus 136°.





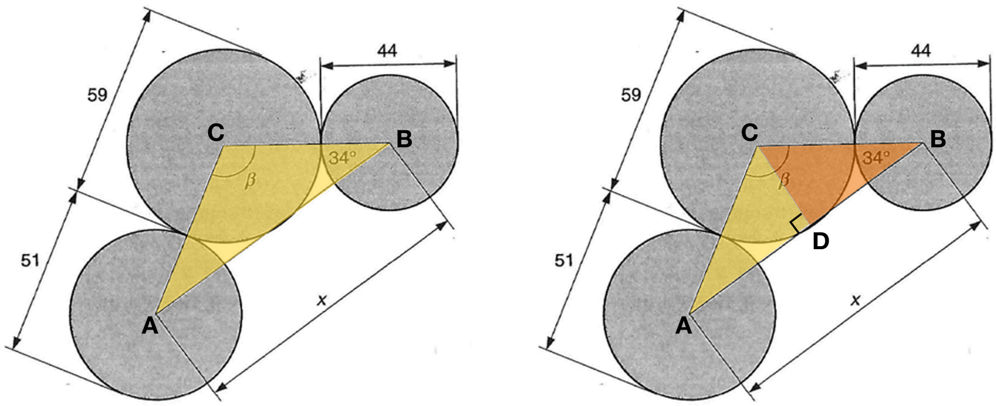
4. Verlengde stelling van Pythagoras: ‘wandel’ over de randen van de kubus van E naar M. Noteer de lengte van de randen waarover je loopt. Tel het kwadraat van alle lengtes bij elkaar op en neem daar de wortel van:

$EM = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6$



5. Let op! je bent misschien geneigd te denken dat △ABC gelijkbenig is, en dat daarom geldt: $\cancel{\beta = 180 - 34 - 34 = 112^o}$. Dit klopt niet! △ABC is niet gelijkbenig.

We splitsen deze driehoek daarom in △ADC en △DBC.



AC is de schuine zijde van △ADC. AC = $\dfrac{51}{2} + \dfrac{59}{2} = 55$

BC is de schuine zijde van △DBC. BC = $\dfrac{59}{2} + \dfrac{44}{2} = 51{,}5$

CD is de overstaande zijde (gezien vanuit $\angle B$) van △DBC.

$CD = sin 34^o \times 51{,}5 = 28{,}8$

$\angle A = sin^{-1}\left(\dfrac{overst.}{schuin}\right) = sin^{-1}\left(\dfrac{28{,}8}{55}\right) = 31{,}6^o$

$\beta = 180 - 34 - 31{,}6 = 114{,}4^o$

6. De vergelijking van de lijn omzetten naar de standaardvorm:

$y + 3x + 10 = 0 \quad \Leftrightarrow y = -3x - 10$

Het hellingsgetal (richtingscoëfficiënt) van deze lijn is dus: -3.

De nieuwe lijn loopt hieraan evenwijdig en heeft dus hetzelfde hellingsgetal: -3.

De vergelijking van de nieuwe lijn ziet er daarom zo uit: $y = -3x + ?$

Nu het punt $(13, -20)$ invullen: $-20 = -3 \times 13 + ?$

Op de plek van het vraagteken moet 19 staan.

$y = -3x + 19$

7. De functie is als volgt veranderd:

$f(x) = \frac{1}{3}x^6 - 3x \quad \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+5)^6 - 3(x+5) + 1$

Iedere x is vervangen door $(x + 5)$.

Dat is een horizontale verschuiving van 5 eenheden naar <u>links</u>.

Achter de formule is +1 toegevoegd.

Dat is een verticale verschuiving van 1 eenheid naar <u>boven</u>.

8. a) Het aantal mobieltjes is in vijf jaar gegroeid naar 709, dus t=5.
Vervang het getal 1,242 in de exponentiële formule door x.

$240 \cdot x^5 = 709$

$\Leftrightarrow x^5 = \dfrac{709}{240}$ $\qquad \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{\dfrac{709}{240}} = 1{,}242$

b) $240 \cdot 1{,}242^t = 480$

$\Leftrightarrow 1{,}242^t = \dfrac{480}{240} = 2$

$\Leftrightarrow t = {}^{1,242}\log 2 = 3{,}2$ jaren

9. a) Stel a=1 en b=0, dan krijg je de formule: $f(x) = 7^x$
Met een tabel kun je erachter komen hoe deze functie loopt:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
7^x	0,0004	0,0029	0,020	0,14	1	7	49	343	2401

De horizontale asymptoot bevindt zich nu dus bij $y = 0$.

Conclusie: om een horizontale asymptoot bij $y = 11$ te krijgen, moet gelden: $b = 11$.

Nu het punt $(2,\ 158)$ invullen: $a \cdot 7^2 + 11 = 158$

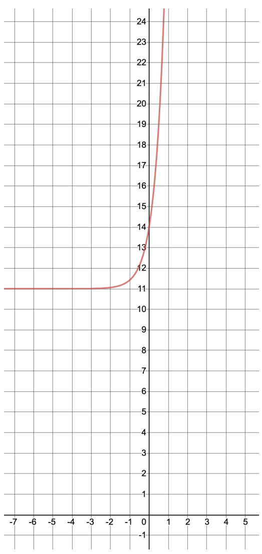
$\Leftrightarrow a \cdot 7^2 = 147$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{147}{7^2} = 3$

$f(x) = 3 \cdot 7^x + 11$

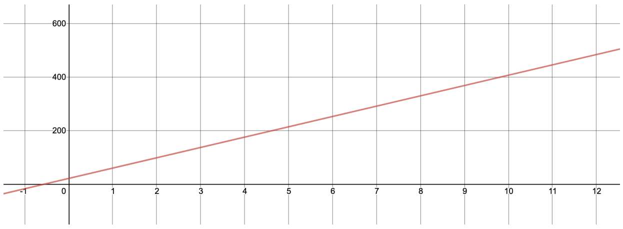
b)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
7^x	11,0012	11,0087	11,06	11,43	14,0	32,0	158,0	1040,0	7214,0



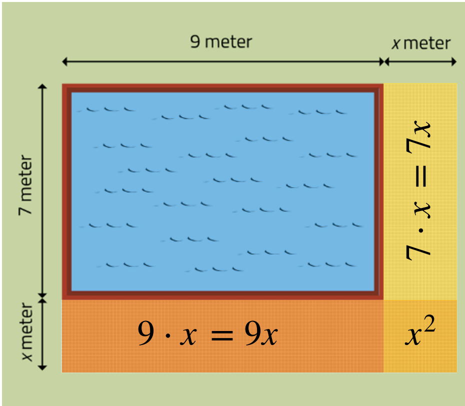
10. a) $22{,}50 + 1{,}5 \times 38{,}50 = 80{,}25$

b) lineair verband (=rechte lijn)



c) $f(x) = 38{,}50x + 22{,}50$

11. $A(x) = 7x + 9x + x^2 = x^2 + 16x$

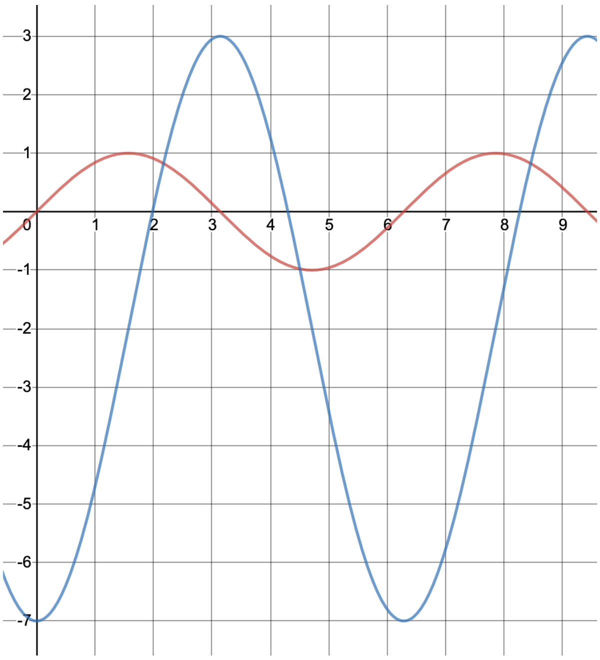


12. We gaan uit van een normale sinus-grafiek (zie rode lijn in afbeelding). Allereerst veranderen we de amplitude (hoogte). Bij de rode lijn zit die tussen -1 en 1, dus de amplitude van een normale sinus = 2. De amplitude van de blauwe grafiek = 10, dus 5× zo groot. Dus $f(x) = sin\ \ x$ wordt: $f(x) = 5\ sin\ \ x$

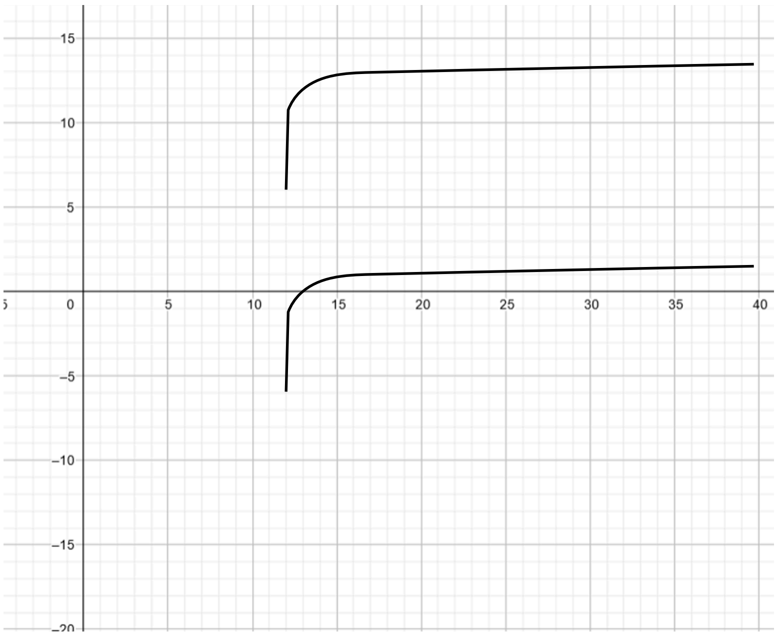
Ten tweede kijken we naar de verticale positie van de grafiek. De rode grafiek heeft $y\ = 0$ als evenwichtsstand, de blauwe heeft $y\ = -2$ als evenwichtsstand. Dus: $f(x) = 5\ sin\ \ x - 2.$

Als laatste kijken we naar de horizontale positie van de grafiek. De rode lijn gaat bij $(0{,}0)$ door de evenwichtsstand. De blauwe bij $(1{,}6;\ -2)$. Dat is eigenlijk $(\frac{1}{2}\pi; -2)$. De grafiek is dus $\frac{1}{2}\pi$ naar rechts verschoven:

$f(x) = 5\ sin\ \left(x-\frac{1}{2}\pi\right) - 2$



13. a) x mag niet kleiner dan of gelijk zijn aan 12, want $log 0$ of ${}^7log 0$ bestaat niet.



b) Snijpunt met de x-as: $y = 0$

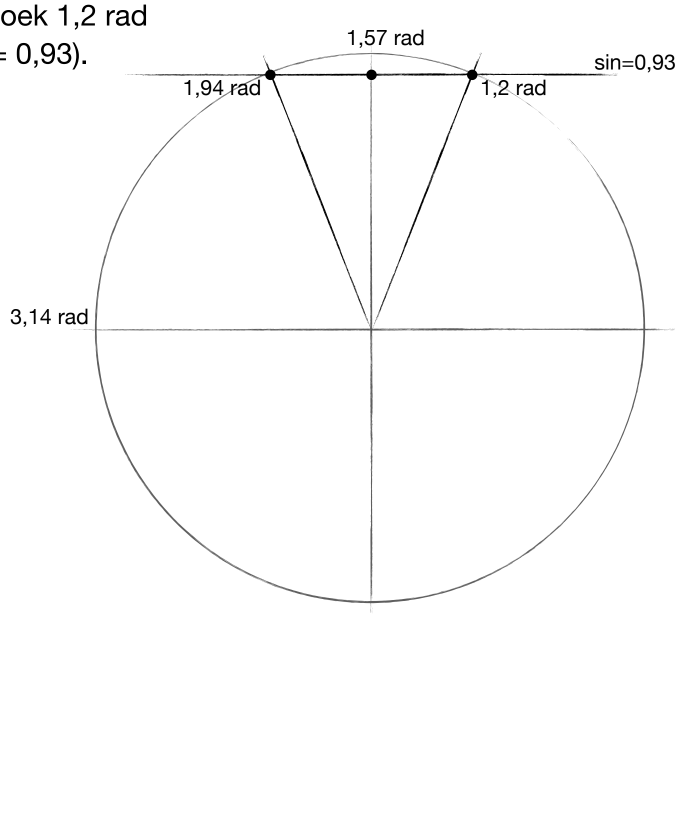
$${}^7log(x - 12) = 0$$
$$\Leftrightarrow 7^0 = x - 12$$
$$\Leftrightarrow x = 13$$
$$(13,\ 0)$$

c) verticale asymptoot bij $x = 12$

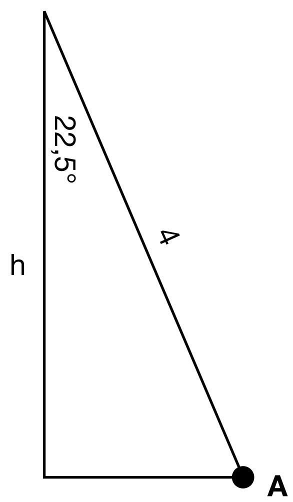
d) f is stijgend voor $[12, \rightarrow \rangle$

e) zie boven

14. Schets de eenheidscirkel en markeer daarin de horizontale lijn voor sin = 0,93. Markeer de hoek 1,2 rad (op het snijpunt cirkelrand en sin = 0,93). Het verschil tussen 1,57 rad en 1,2 rad = 0,37 rad. Dus tussen 0,5π en 2π radialen zit nog een hoek van 1,94 rad waarvoor geldt dat sin = 0,93.



15. a) Het waterrad is verdeeld in 16 vakken. $\dfrac{360}{16} = 22{,}5^o$



$h = cos 22{,}5 \times 4 = 3{,}7$
$h_B = 3{,}7 + 4 = 7{,}7$

b) $h(3) = 3{,}7 + 4 \cdot sin\left(\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi\right)$

$h(3) = 3{,}7 + 4 \cdot sin\left(\frac{1}{5}\pi 3 - \frac{3}{8}\pi\right) = 3{,}7$

c) $3{,}7 + 4 \cdot sin\left(\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi\right) = 0$

$4 \cdot sin\left(\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi\right) = -3{,}7$

$sin\left(\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi\right) = -0{,}925$

$\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi = sin^{-1}\left(-0{,}925\right)$

$\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi = -1{,}181$ rad $= 5{,}102$ rad (éénheidscirkel)

$\frac{1}{5}\pi t = 6{,}28$

$t = 9{,}995s$

In één minuut maakt het rad dus $60 : 9{,}995 = 6{,}0$ omwentelingen

d) $t = 9{,}995s$ en er zijn 16 segmenten; dat is $9{,}995 : 16 = 0{,}62s$ per segment.
De laatste twee segmenten zijn onder water.

$t_1 = 9{,}995 - 2 \times 0{,}62 = 8{,}75s$

$t_2 = 9{,}995$

Dus tussen 8,75 en 10,0 s.